MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

MECCANICA APPLICATA

COPPIE CINEMATICHE

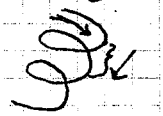
In un sistema meccanico, due elementi possono venire in contatto tra loro in una ~~zona~~ loro zona che solitamente è abbastanza limitata rispetto alle dimensioni degli stessi corpi o membri.
L'insieme delle parti dei membri nella zona di contatto è detta coppia cinematica.
Una caratteristica delle varie coppie cinematiche sono i gradi di libertà che lascia liberi e che vincola
I gradi di libertà sono le possibilità di movimento che un corpo può compiere all'interno dello spazio considerato, senza alterare le proprietà del sistema
In una coppia cinematica essi ~~se~~ si determinano valutando la possibilità di moto relativo di uno dei due corpi rispetto all'altro.
I gradi di libertà massimi di un corpo è uguale al numero di coordinate del sistema di riferimento preso in esame. Quindi, in un piano il grado di libertà massimo è 3, mentre ~~in~~ nello spazio è 6.
Molto spesso, per le coppie cinematiche, tra l'altro, si sottintenderà che i suoi contatti sono bilaterali, ossia che non è possibile un distacco fisico dei due membri della coppia.
Le coppie cinematiche possono essere anche:
- rigide, ossia costituite da membri rigidi;
- conformi (o combacianti), ossia avente zona di contatto ampia, ossia non riconducibile a punti o segmenti come nelle situazioni ideali

Coppie rigide e conformi sono dette coppie elementari
Le più importanti, quelle che lasciano libero un solo grado di libertà, sono la coppia rotoidale, prismatica e ~~rotoidale~~ elicoidale, schematizzate in figura
La coppia rotoidale consiste in un cilindro posto all'interno di una cavità cilindrica ed esso può compiere un movimento rotatorio attorno al proprio asse

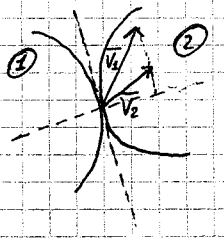
La coppia prismatica è costituita da un tubo cilindrico che avvolge parzialmente un corpo cilindrico. È consentito solo un moto ~~di tipo~~ relativo di traslazione lungo l'asse del sistema.



Una coppia elicoidale è una vite ~~che~~ dentro una rondella. Per tale sistema sarebbero possibili due moti relativi, uno di traslazione e uno di rotazione lungo il proprio asse, ma, essendo questi movimenti vincolati, contano come unico



Le coppie elementari sono molto utili, in quanto la coppia cinematica può trasmettere una forza solo lungo i gradi di libertà vincolati.
Le coppie rotoidale e prismatica sono dette anche coppie piane, ossia, fissato un corpo, le zone di contatto dell'altro, durante il moto relativo, rimangono inalterate.
Coppie non rigide e/o non combacianti sono dette superiori
Nel caso di coppie non conformi, il contatto tra i due membri deve permanere. Affinché questa condizione si mantenga, bisogna osservare i profili coniugati, le linee che delimitano gli elementi piani lungo cui avviene il contatto. In particolare, bisogna verificare che nel moto dei corpi, le componenti* lungo la perpendicolare alla tangente ai profili passante per i punti di contatto devono essere uguali



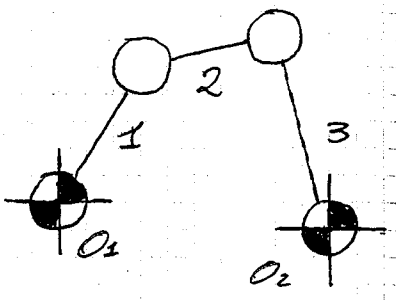
*delle loro velocità

DETERMINAZIONE DEI GRADI DI LIBERTÁ DI UN MECCANISMO

Consideriamo un meccanismo piano. Il massimo grado di libertà che esso può avere è dato dal prodotto dei membri che lo compongono ~~per~~ e il numero di gradi di libertà per il corpo, che, in questo caso, vale 3.
Per determinare una stima inferiore del grado di libertà si procede nel seguente modo. Si individuano gli m membri

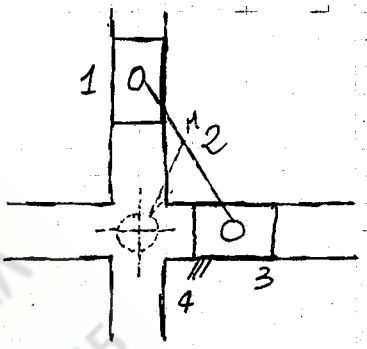
che compongono il meccanismo, telaio compreso. In seguito si determinano le N_1 coppie che bloccano un grado di libertà e le N_2 coppie che ne bloccano due. A questo punto, il numero di gradi di libertà di un meccanismo è dato da

$$N \geq 3(M-1) - 2N_2 - N_1.$$



Nell'esempio del quadrilatero articolato, $M=4$, $N_2=4$, $N_1=0$. Quindi $N \geq 1$.

Molto spesso, la relazione precedente è riconducibile all'analoga uguaglianza. Un caso in cui ha più senso il $\geq$ è il glifo a croce, in figura. Per essa, $m=4$, $n_2=4$, quindi $N=1$ ($N \geq 1$).



Aggiungiamo una coppia rotoidale imperniata nel centro della croce e collegata col punto medio M dell'asta.

È dimostrabile che il punto M, in questo caso, percorre una circonferenza centrata nel centro della croce. Quindi, il sistema ha un grado di libertà, mentre la procedura dice che $N \geq (5-1)\cdot 3 - 6\cdot 2 = 0$.*

Nei meccanismi spaziali, il grado di libertà massimo di un membro è 6. Quindi, per analogia, risulta che

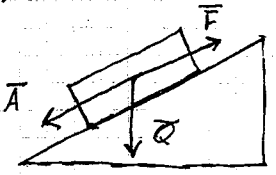
$$N \geq 6(M-1) - 5N_5 - 4N_4 - 3N_3 - 2N_2 - N_1.$$

Nel caso del quadrilatero articolato, avremmo, nello spazio che $N \geq -2$; quindi, è sensato la disuguaglianza

IL RENDIMENTO DI UN MECCANISMO

Un meccanismo si muove sotto l'azione di forze. Tali forze possono essere motrici o resistenti. Le prime favoriscono il movimento, mentre le altre lo ostacolano. Le resistenti si suddividono a loro volta in utili e passive.

Nell'esempio in figura, $\bar{F}$ è motrice, $\bar{Q}$ è resistente utile e $\bar{A}$ è resistente passiva.



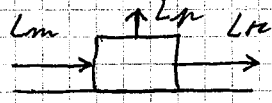
Ciascuna forza compie un lavoro nel sistema, che può essere suddiviso in:

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

- lavoro motore L_m, positivo, nell'esempio L_F;
- lavoro resistente utile L_R, nell'esempio L_Q;
- lavoro resistente passivo L_p, nell'esempio L_A

Non figurano, nell'analisi, altre forze che compiono lavoro nullo sul sistema, come la reazione vincolare.

Qualunque sistema meccanico può essere schematizzato come in figura, dove l'ingresso è il lavoro motore e le uscite sono i lavori resistenti.



Per ogni sistema meccanico vale che

$L_m + L_R + L_p = \Delta E$ oppure $L_m - |L_R| - |L_p| = \Delta E$ oppure $dL_m + dL_R + dL_p = dE$

dove E è l'energia cinetica del sistema.

Si definisce rendimento di una macchina

$$\eta = \frac{|L_R|}{L_m}$$

I meccanismi lavorano in situazioni di regime, in cui l'energia cinetica rimane costante. Quindi,

$L_m - |L_R| - |L_p| = 0$

Di conseguenza per il rendimento risulta

$$\eta = \frac{|L_R|}{L_m} = \frac{L_m - |L_p|}{L_m} = 1 - \frac{|L_p|}{L_m} \leq 1$$

Identifichiamo il lavoro motore in assenza di lavoro resistente passivo come L_{m_0}. A regime, risulta

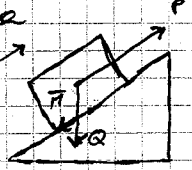
$$L_{m_0} - |L_R| = 0 \Rightarrow |L_R| = L_{m_0} \Rightarrow \eta = \frac{L_{m_0}}{L_m} = \frac{F_0 \cdot \mathcal{S}}{F \cdot \mathcal{S}} = \frac{F_0}{F}$$

Per i momenti, si può dire $\eta = \frac{M_0}{M}$

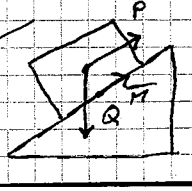
Se le forze sono costanti, sono indici medi, altrimenti istantanei

IL MOTO RETROGRADO

Il moto retrogrado è il moto di una macchina che avviene nel senso inverso a quello tradizionale. Ciò si verifica quando la forza ~~motrice~~ motrice del sistema diminuisce in maniera tale da non consentire il movimento tradizionale.



Il moto retrogrado è maggiormente possibile in presenza di poco attrito



Per tale moto è definibile un rendimento analogo per la macchina, dato da

$$\eta' = \frac{|L_r'|}{L_m'}$$

dove L_r' e L_m' sono rispettivamente il lavoro resistente utile e motore, ma nel nuovo moto del sistema. Quindi:

$L'_m = |L_{r_0}|$

Si ricava, quindi, che

$$\eta' = \frac{|L_r'|}{L_m'} = \frac{|L_r'|}{|L_{r_0}|} = \frac{|L_r'|}{L_{m_0}} = \frac{P'}{P_0} \leq 1$$

Deve essere necessariamente $P' < P_0 < P$.

Definendo con K la quantità

$$K = \frac{|L'_p|}{|L_p|}$$

è dimostrabile che il moto retrogrado è possibile se

$$\eta \geq \frac{K}{K+1}$$

Infatti

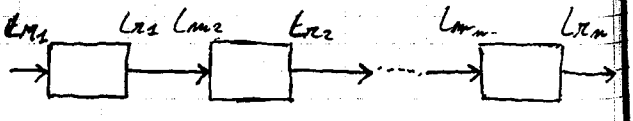
$$\eta' = \frac{|L_r'|}{L_m'} = \frac{L_m' - |L_p'|}{L_m'} = 1 - \frac{|L_p'|}{L_m'} = 1 - \frac{|L_p'|}{|L_r'|} = 1 - \frac{K|L_p|}{|L_r|} = 1 - \frac{K|L_m| - K|L_r|}{|L_r|} =$$

$$= 1 - K\left(\frac{1}{\eta} - 1\right) \geq 0 \Rightarrow K\left(\frac{1}{\eta} - 1\right) \leq 1 \Rightarrow K(1-\eta) \leq \eta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K - K\eta \leq \eta \Rightarrow \eta \geq \frac{K}{K+1}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

MACCHINE IN SERIE ED IN PARALLELO



Consideriamo n macchine ~~in~~ in serie, in cui il lavoro resistente in uscita di una è il lavoro motore in ingresso della successiva

Per il sistema completo, il rendimento è $\eta = \eta_1 \eta_2 \cdot \ldots \cdot \eta_n$

Infatti,

$$\eta = \frac{L_{r_n}}{L_{m_1}} = \frac{L_{m_{n_0}} \cdot \eta_n}{L_{m_1}} = \frac{L_{r_{n-1}} \cdot \eta_n}{L_{m_1}} = \ldots = \frac{L_{m_1} \eta_1 \cdot \ldots \cdot \eta_n}{L_{m_1}} = \eta_1 \cdot \ldots \cdot \eta_n$$

Consideriamo poi n macchine, disposte in parallelo, come in figura. Per il sistema totale, risulta

$$\eta = \frac{\eta_1 L_{m_1} + \ldots + \eta_n L_{m_n}}{L_m}$$